

Práctica III GE: Réplica

Microeconomía II - Curso: Paulo Pascuini

Santiago Rodríguez Vázquez, Francisco Alonso Belgrano¹

Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires

Abril 2025

¹Esta presentación se hizo con colaboración de Paulo Pascuini, Juana Fernández Zabala, Julián Arias, Dante Engrassia, Sofía Martín y Guido Schiavi.

Ejercicio B.6

Consigna:

Suponga que existen dos tipos de consumidores. Todos ellos tienen la misma función de utilidad:

$$u^i(x_1^i; x_2^i) = \min\left(\frac{1}{2}, x_1^i\right) + \min\left(\frac{1}{2}, x_2^i\right)$$

El consumidor tipo 1 tiene una dotación inicial de $(10; 0)$, mientras que el agente tipo 2 tienen una dotación dada por $(0; 10)$.

- (a) Grafique las curvas de indiferencia de los consumidores.
- (b) ¿Cumplen las preferencias de los consumidores el axioma de no saciedad local?
- (c) Halle todas las asignaciones óptimas de Pareto, y describa el núcleo de la economía.
- (d) Halle, si existen, todos los equilibrios competitivos.
- (e) ¿Se cumplen las condiciones suficientes del Primer Teorema del Bienestar? ¿Se cumple el Teorema?

Ejercicio B.6

(a) *Grafique las curvas de indiferencia de los consumidores.*

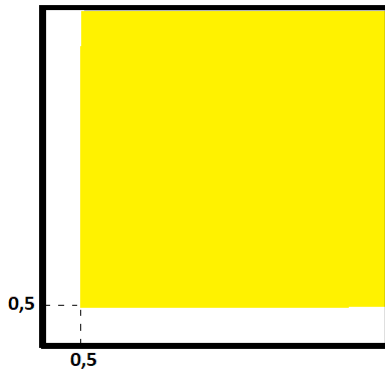


Figura 1: Área de indiferencia.

Ejercicio B.6

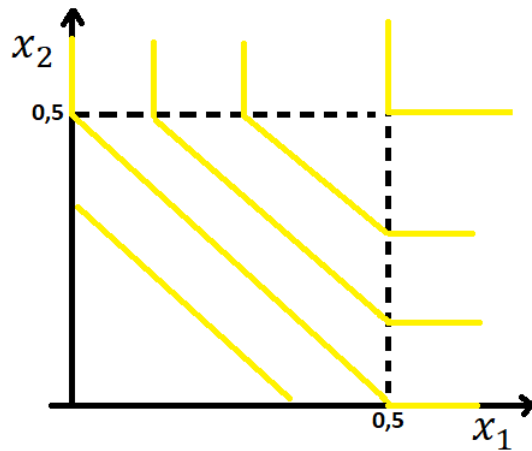


Figura 2: Curvas de indiferencia.

Ejercicio B.6

- Analicemos el comportamiento de la función de utilidad:
 1. Cuando la suma de las cantidades de los bienes es menor a 0,5 la función de utilidad se comporta como sustitutivos perfectos.
 2. Las cantidades adicionales a 0,5 unidades de cada bien no genera ninguna utilidad. Es decir, todas las canastas en la que el consumidor tiene una cantidad fija de x_2 pero cantidades mayores a 0,5 de x_1 generan la misma utilidad.
 3. Cuando la cantidad de cada uno de los bienes es mayor o igual a 0,5 la utilidad es de 1.
- Este razonamiento es análogo para el consumidor 2.

Ejercicio B.6

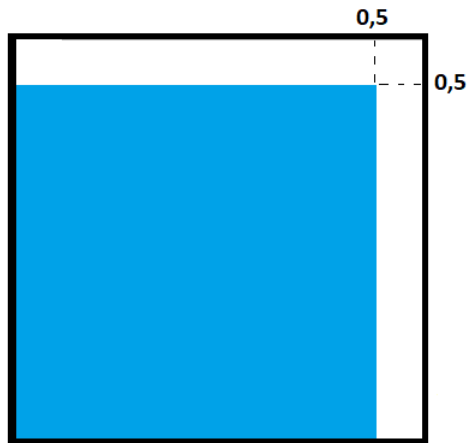


Figura 3: Área de indiferencia.

Ejercicio B.6

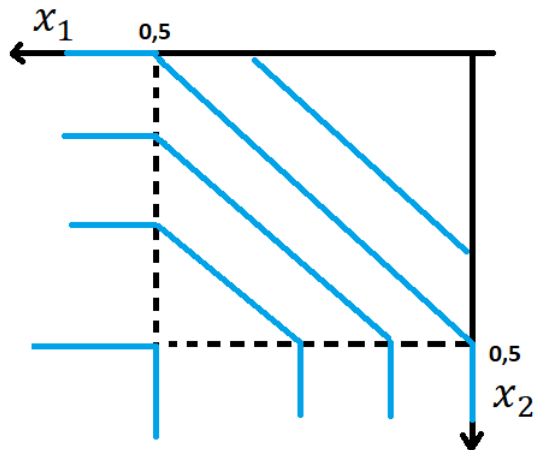


Figura 4: Curvas de indiferencia.

Ejercicio B.6

(b) ¿Cumplen las preferencias de los consumidores el axioma de no saciedad local?

Axioma 4'. (No Saciedad Local).

$\forall \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}_+^n$, and $\forall \varepsilon > 0$, $\exists \mathbf{x} \in B_\varepsilon(\mathbf{x}^0) \cap \mathbb{R}_+^n$ such that $\mathbf{x} \succ \mathbf{x}^0$.

- Las preferencias no cumplen con el axioma de No Saciedad Local ya que, para cada consumidor, existe una subdominio del conjunto de consumo en el que no puede hallar una canasta estrictamente preferida con variaciones infinitesimales de sus cantidades de consumo.

Ejercicio B.6

(c) Halle todas las asignaciones óptimas de Pareto, y describa el núcleo de la economía.

- La curva de contrato esta conformada por la intersección del conjunto de asignaciones indiferentes a la asignación $(0,5; 0,5)$ de cada uno de los agentes. Estas asignaciones se representan en la figura con el color verde.

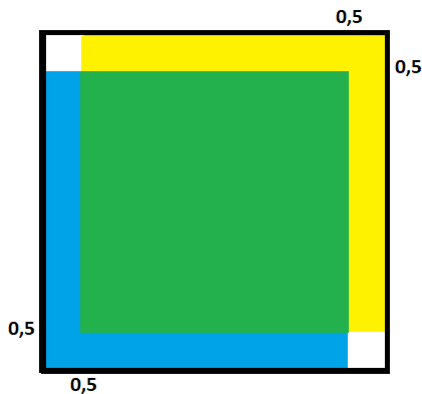


Figura 5: Núcleo y curva de contratos.

Ejercicio B.6

- Descartemos el área amarilla que no hace intersección con la celeste observando que existen mejoras paretianas:

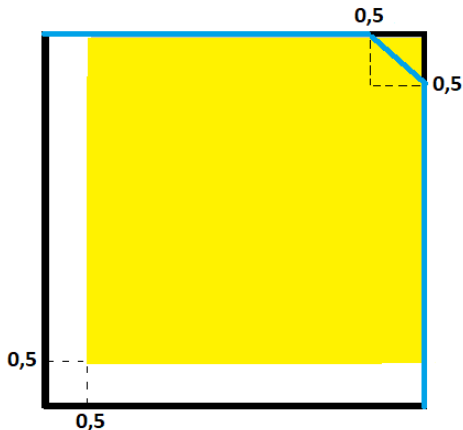


Figura 6: Curva de indiferencia del consumidor 2 y área de indiferencia del consumidor 1.

Ejercicio B.6

- Descartemos el área celeste que no hace intersección con la amarilla observando que existen mejoras paretianas:

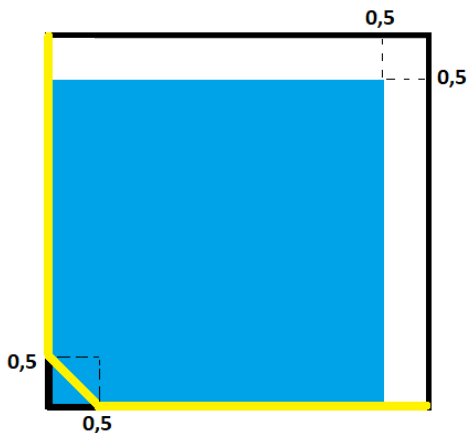


Figura 7: Curva de indiferencia del consumidor 1 y área de indiferencia del consumidor 2.

Ejercicio B.6

- Recordemos que definimos al núcleo como el conjunto de asignaciones no bloqueadas, en una economía de una sola replica con 2 consumidores el núcleo esta compuesto por aquellas asignación OP que se ubican dentro del área lenticular. En este caso, el núcleo de esta economía esta compuesto por toda la curva de contratos:

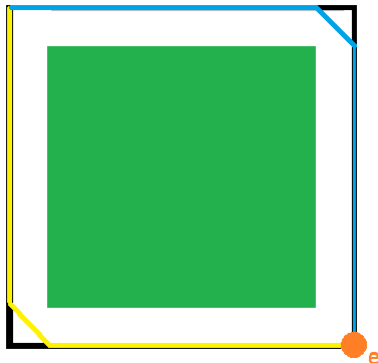


Figura 8: Núcleo y curva de contratos.

Ejercicio B.6

(d) Halle, si existen, todos los equilibrios competitivos.

- Busquemos primero las WEAS a través de la intersección de las curvas de oferta-precio de los agentes.

Ejercicio B.6

- Curva de Oferta-Precio del agente 1:

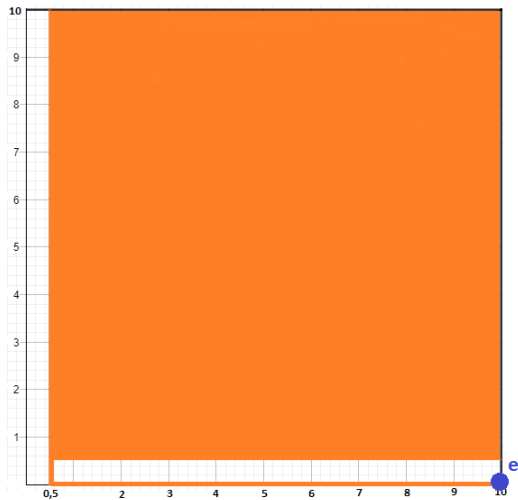


Figura 9: Curva de Oferta-Precio del agente 1.

Ejercicio B.6

- Curva de Oferta-Precio del agente 2:

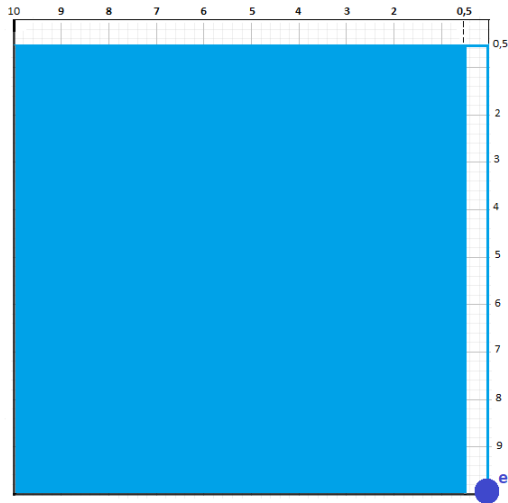


Figura 10: Curva de Oferta-Precio del agente 1.

Ejercicio B.6

- Sobreponemos ambas curvas de oferta-precio para observar la intersección, la cual se ve representada por el color violeta:

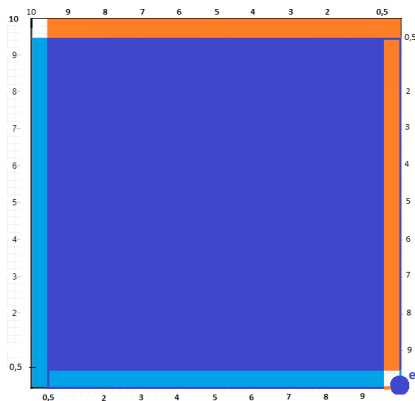


Figura 11: WEAs.

- Cualquier vector de precios equilibra los mercados pero existen WEAs que no son OP.

Ejercicio B.6

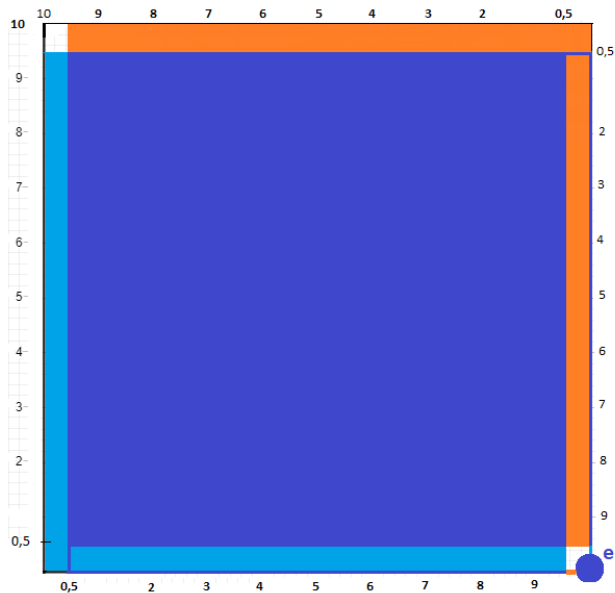


Figura 12: WEAS.

Ejercicio B.6

(e) ¿Se cumplen las condiciones suficientes del Primer Teorema del Bienestar? ¿Se cumple el Teorema?

- Del inciso (b) sabemos que no se cumple el axioma de no saciedad local, el cual es la precondition que deben satisfacer las preferencias para ser estrictamente monótonas. Por lo tanto, las condiciones suficientes para el Primer Teorema del Bienestar no se cumplen.
- Por otro lado, el teorema aún podría cumplirse, ya que se trata de un teorema de condiciones suficientes. Sin embargo, dado que vimos que no todas las WEAs son Pareto-eficientes, no se cumple el teorema.

Ejercicio C.1

Consigna:

Considere una economía de intercambio puro de 2×2 . Las preferencias de los agentes son representadas por:

$$\begin{aligned}u^1(x_1^1, x_2^1) &= x_1^1 x_2^1, \\u^2(x_1^2, x_2^2) &= (x_1^2)^2 (x_2^2)^2,\end{aligned}$$

y las dotaciones iniciales están dadas por $\mathbf{e}^1 = (8; 2)$ y $\mathbf{e}^2 = (2; 8)$.

- (a) Caracterice el núcleo de esta economía cuando existe un agente de cada tipo ¿Se halla la asignación $\bar{\mathbf{x}}^1 = (4; 4)$, $\bar{\mathbf{x}}^2 = (6; 6)$; en el núcleo?
- (b) Replique ahora la economía una vez ¿Se halla la asignación mencionada arriba en el núcleo?

Ejercicio C.1

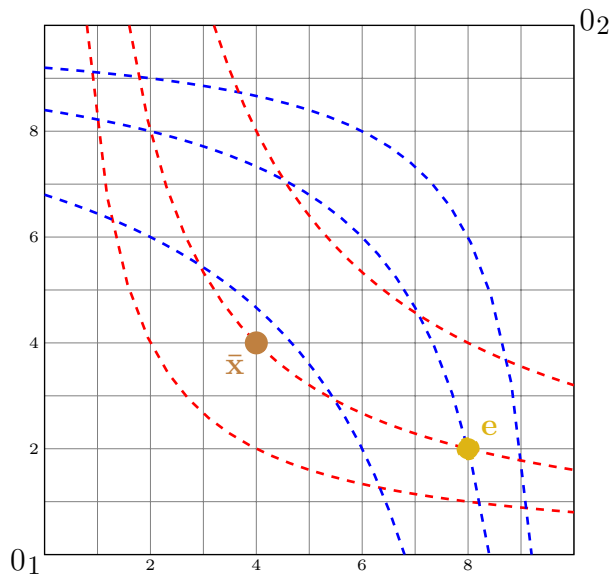


Figura 13: Dotación inicial, curvas de indiferencia y $\bar{x}$.

Ejercicio C.1

(a) *Caracterice el núcleo de esta economía cuando existe un agente de cada tipo*
¿Se halla la asignación $\bar{\mathbf{x}}^1 = (4; 4)$, $\bar{\mathbf{x}}^2 = (6; 6)$; en el núcleo?

Solución:

- Recordando las condiciones de factibilidad en ambos mercados:

$$x_1^1 + x_1^2 = e_1^1 + e_1^2$$

$$x_2^1 + x_2^2 = e_2^1 + e_2^2$$

- Sustituyendo los valores de las dotaciones y despejando:

$$x_1^2 = 10 - x_1^1$$

$$x_2^2 = 10 - x_2^1$$

- Buscamos la curva de contratos. Primero igualamos las TMS:

$$TMS_{12}^1 = TMS_{12}^2$$

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2}$$

Ejercicio C.1

- Remplazamos x_1^2 y x_2^2 en $TMS_{12}^1 = TMS_{12}^2$ por las expresiones obtenidas a partir de las condiciones de factibilidad:

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{10 - x_2^1}{10 - x_1^1}$$

$$10x_2^1 - x_1^1x_2^1 = 10x_1^1 - x_2^1x_1^1$$

- Por lo que la curva de contratos es el set de todas las canastas que satisfacen las siguientes relaciones:

$$x_1^1 = x_2^1 \quad \text{donde } x_1^1 \leq 10$$

- Finalmente, el núcleo tendrá todas las canastas factibles y pertenecientes a la curva de contrato que permitan a ambos consumidores obtener un nivel de utilidad al menos tan alto como en sus dotaciones iniciales, es decir tal que:

$$u^1(x_1^1, x_2^1) \geq u^1(e_1^1, e_2^1) = u^1(8, 2) = 16$$

$$u^2(x_1^2, x_2^2) \geq u^2(e_1^2, e_2^2) = u^2(2, 8) = 256$$

Ejercicio C.1

¿Se halla la asignación $\bar{\mathbf{x}}^1 = (4; 4)$, $\bar{\mathbf{x}}^2 = (6; 6)$ en el núcleo?

- Ambas asignaciones se encuentran en la curva de contrato porque la canasta de cada agente tiene lo mismo de cada bien.
- Debemos chequear que la asignación sea individualmente racional para ambos agentes. Calculando sus respectivos niveles de utilidad en $\bar{\mathbf{x}}^1$ y $\bar{\mathbf{x}}^2$:

$$16 = u^1(4, 4) = u^1(\bar{\mathbf{x}}^1) = u^1(\mathbf{e}^1) = u^1(8, 2) = 16$$

$$1296 = u^2(6, 6) = u^2(\bar{\mathbf{x}}^2) > u^2(\mathbf{e}^2) = u^2(2, 8) = 256$$

Verificamos que ambos agentes en $\bar{\mathbf{x}}$ perciben una utilidad mayor o igual a la de sus dotaciones iniciales.

- Entonces la asignación $\bar{\mathbf{x}}^1 = (4; 4)$, $\bar{\mathbf{x}}^2 = (6; 6)$ está en el núcleo.

Ejercicio C.1

(b) Replique ahora la economía una vez ¿Se halla la asignación mencionada arriba en el núcleo?

Solución:

- Ahora tendremos dos agentes del tipo 1 y dos agentes del tipo 2.
- Ya sabemos que los agentes individualmente no podrán hacerlo mejor.
- Las preguntas que debemos hacernos son:
 1. ¿Pueden dos agentes del tipo 1 mejorar si se juntan?
 - No, como máximo pueden conseguir 16 con sus dotaciones.
 2. ¿Pueden dos agentes del tipo 2 mejorar si se juntan?
 - No, como máximo pueden conseguir 256 con sus dotaciones.
 3. ¿Pueden dos agentes de un tipo con uno de otro tipo mejorar sin que ninguno de ellos empeore?

Ejercicio C.1

- Consideremos la coalición de tres consumidores, $S = \{11, 12, 21\}$, que consta de ambos consumidores de tipo 1 y uno de tipo 2.
- Tenemos que proponer una asignación $\hat{\mathbf{x}}$ que con las propias dotaciones de los agentes, los haga estar al menos tan bien como en $\bar{\mathbf{x}}$ y alguno mejore estrictamente.
- Recordemos que las dotaciones de los miembros de S son $\mathbf{e}^{11} = (8; 2)$, $\mathbf{e}^{12} = (8; 2)$, y $\mathbf{e}^{21} = (2; 8)$, lo cual suma $(18, 12)$.
- Propongamos $\hat{\mathbf{x}}^{11} = (6, 3)$; $\hat{\mathbf{x}}^{12} = (6, 3)$, y $\hat{\mathbf{x}}^{21} = (6, 6)$.
- Luego el agente 21 va a estar tan bien como en la asignación $\bar{\mathbf{x}}$.
- Y cada agente del tipo 1 tendrá una utilidad de 18, es decir que
$$18 = u^1(6, 3) = u^1(\hat{\mathbf{x}}^{1i}) > u^1(\bar{\mathbf{x}}^{1i}) = u^1(4, 4) = 16 \quad \text{para } i = \{1, 2\}.$$
- Luego la asignación $\bar{\mathbf{x}}$ sí se encuentra en el núcleo de $\mathcal{E}_1$ (la economía básica), pero no se encontrará en el núcleo de $\mathcal{E}_2$ (su 2-réplica) por ser bloqueada.

Ejercicio C.2

Consigna:

Considere una economía de intercambio puro de 2×2 que se va a replicar r veces. Las preferencias de los (tipos de) agentes son representadas por:

$$u^1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 x_2^1,$$

$$u^2(x_1^2, x_2^2) = x_1^2 x_2^2,$$

y las dotaciones iniciales están dadas por $\mathbf{e}^1 = (99; 1)$ y $\mathbf{e}^2 = (1; 99)$.

(a) ¿Para qué r -replica pertenece al núcleo la siguiente asignación $\bar{\mathbf{x}}^1 = \bar{\mathbf{x}}^2 = (50; 50)$?

(b) La asignación $\tilde{\mathbf{x}}^1 = (90; 90)$; $\tilde{\mathbf{x}}^2 = (10; 10)$,

- i. ¿pertenece al núcleo para $r = 1$?
- ii. ¿pertenece al núcleo para $r = 2$?

Ejercicio C.2

(a) ¿Para qué r -replica pertenece al núcleo la siguiente asignación $\mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^2 = (50; 50)$?

Solución:

- Planteo las demandas Marshallianas para ambos agentes y elijo $p_1 = 1$:

$$x_1^1 = \frac{1}{2} \frac{99p_1 + 1p_2}{p_1} = \frac{1}{2}(99 + p_2)$$

$$x_2^1 = \frac{1}{2} \frac{99p_1 + 1p_2}{p_2} = \frac{1}{2} \frac{99 + 1p_2}{p_2}$$

$$x_1^2 = \frac{1}{2} \frac{1p_1 + 99p_2}{p_1} = \frac{1}{2}(1 + 99p_2)$$

$$x_2^2 = \frac{1}{2} \frac{1p_1 + 99p_2}{p_2} = \frac{1}{2} \frac{1 + 99p_2}{p_2}$$

- Aplico la condición de vaciado para el mercado del bien 1:

$$\frac{1}{2}(99 + p_2) + \frac{1}{2}(1 + 99p_2) = 100$$

Ejercicio C.2

- Despejo:

$$100 + 100p_2 = 200$$

$$p_2^* = 1$$

- Luego de obtener el equilibrio Walrasiano $(p_1^*; p_2^*) = (1; 1)$ calculamos las WEA:

$$\mathbf{x}^1 = (50, 50) \quad \text{y} \quad \mathbf{x}^2 = (50, 50)$$

- Con lo cual hemos comprobado que $\bar{\mathbf{x}}^1 = \bar{\mathbf{x}}^2 = (50; 50)$ es una WEA, y sabemos por el Teorema 5.17 de Edgeworth-Debreu-Scarf y por el Lema 5.4, que toda WEA pertenece siempre al núcleo bajo cualquier número de réplicas.

Lema 5.4

An allocation $\mathbf{x}$ is a WEA for $\mathcal{E}_r$ if and only if it is of the form

$$\mathbf{x} = \left(\underbrace{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^1}_{r \text{ veces}}, \underbrace{\mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^2}_{r \text{ veces}}, \dots, \underbrace{\mathbf{x}^I, \dots, \mathbf{x}^I}_{r \text{ veces}} \right),$$

and the allocation $(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^I)$ is a WEA for $\mathcal{E}_1$.

Ejercicio C.2

(b) La asignación tal que $\tilde{\mathbf{x}}^1 = (90; 90)$; $\tilde{\mathbf{x}}^2 = (10; 10)$,

i. ¿pertenece al núcleo para $r = 1$?

Solución i:

- Para que una asignación pertenezca al núcleo no debe estar bloqueada, es decir, que debe generar para ambos agentes una utilidad mayor o igual a las dotaciones iniciales y debe ser Pareto eficiente.
- Para este par de preferencias sabemos que la curva de contrato será en $x_1^1 = x_2^1$
- Por lo que $\tilde{\mathbf{x}}$ será Pareto Eficiente.
- Para que $\tilde{\mathbf{x}}$ se encuentre en el área lenticular tiene que cumplirse que:

$$u^i(\tilde{\mathbf{x}}^i) \geq u^i(\mathbf{e}^i) \quad \forall \quad i = \{1; 2\}.$$

- Verifiquemos:

$$u^1(\tilde{\mathbf{x}}^1) = u^1(90, 90) = 90 \times 90 = 8100 > u^1(e_1^1, e_2^1) = u^1(99; 1) = 99$$

$$u^2(\tilde{\mathbf{x}}^2) = u^2(10, 10) = 10 \times 10 = 100 > u^2(e_1^2, e_2^2) = u^2(1; 99) = 99$$

Ejercicio C.2

(b) La asignación tal que $\tilde{\mathbf{x}}^1 = (90; 90)$; $\tilde{\mathbf{x}}^2 = (10; 10)$,

ii. ¿pertenece al núcleo para $r = 2$?

Solución ii:

- Ahora replicaremos la economía tal que habrá dos agentes del tipo 1 y dos agentes del tipo 2.
- Ya sabemos que los agentes individualmente no podrán hacerlo mejor, y tampoco ninguna coalición de dos agentes del mismo tipo.
- Buscaremos una coalición de 3 agentes que proponga una alternativa $\hat{\mathbf{x}}$ para bloquear $\tilde{\mathbf{x}}$.
- Consideremos la coalición de tres consumidores, $S = \{11, 21, 22\}$, que consta de ambos consumidores de tipo 2 y uno de tipo 1.

Ejercicio C.2

- La asignación $\hat{\mathbf{x}}$ que propongamos tiene que ser alcanzable con las dotaciones de los miembros de la coalición, y debe hacerlos estar al menos tan bien como en $\tilde{\mathbf{x}}$ y a alguno mejorarlo estrictamente.
- Recordemos que las dotaciones de los miembros de S son $\mathbf{e}^{11} = (99; 1)$, $\mathbf{e}^{21} = (1; 99)$, y $\mathbf{e}^{22} = (1; 99)$, lo cual suma $(101; 199)$.
- Propongamos $\hat{\mathbf{x}}^{11} = (90; 90)$; $\hat{\mathbf{x}}^{21} = (5,5; 54,5)$, y $\hat{\mathbf{x}}^{22} = (5,5; 54,5)$.
- Luego el agente 11 va a estar tan bien como en la asignación $\tilde{\mathbf{x}}$.
- Y cada agente del tipo 2 tendrá una utilidad de 299,55, es decir que:
 $299,75 = u^2(5,5; 54,5) = u^2(\hat{\mathbf{x}}^{2i}) > u^2(\tilde{\mathbf{x}}^{2i}) = u^2(10; 10) = 100$ para $i = \{1, 2\}$.
- Luego la asignación $\tilde{\mathbf{x}}$ sí se encuentra en el núcleo de $\mathcal{E}_1$ (la economía básica), pero no se encontrará en el núcleo de $\mathcal{E}_2$ (su replica).

Ejercicio C.3

Consigna:

En una economía de intercambio puro con 2 agentes, cada uno de ellos tiene una función de utilidad dada por:

$$u^i(x_1^i, x_2^i) = x_1^i + x_2^i + \max\{x_1^i, x_2^i\}, \text{ con } i = \{1; 2\}.$$

y las dotaciones iniciales están dadas por $\mathbf{e}^i = (2; 2)$, $i = \{1; 2\}$.

- (a) Caracterice el núcleo. ¿Se satisface la propiedad de igual tratamiento?
- (b) Halle todos los equilibrios Walrasianos de esta economía.

Ejercicio C.3

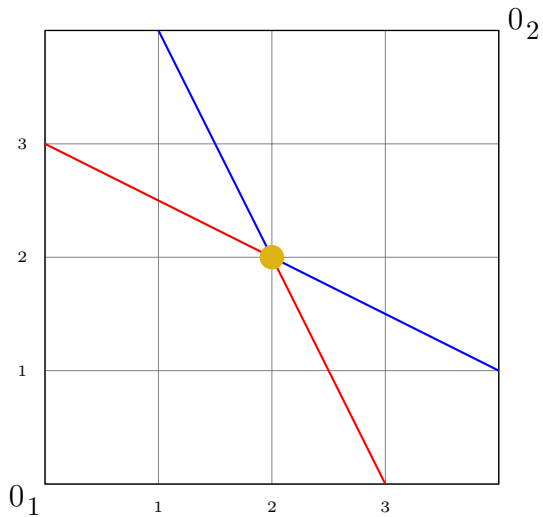


Figura 14: Dotación inicial y curvas de indiferencia

Ejercicio C.3

(a) *Caracterice el núcleo. ¿Se satisface la propiedad de igual tratamiento?*

- Antes de caracterizar al núcleo, caractericemos al “área lenticular”, cuidando de limitarla al interior de la caja.

$$\frac{6 - x_1^i}{2} \leq x_2^i \leq \min\{4; 6 - 2x_1^i\} \quad \text{si} \quad 0 \leq x_1^i \leq 2$$

$$\max\{0; 6 - 2x_1^i\} \leq x_2^i \leq \frac{6 - x_1^i}{2} \quad \text{si} \quad 2 \leq x_1^i \leq 4$$

- Ahora caractericemos al núcleo de esta economía:

$$C(\mathbf{e}) = \{x_1^i = 0; x_2^i \in [3, 4]\}; \{x_1^i \in [0, 1]; x_2^i = 4\} \quad \text{para} \quad i = \{1; 2\}$$

- No se satisface el igual tratamiento en el núcleo. Aunque no está explícito en el teorema, el mismo requiere de convexidad estricta en las preferencias - que aquí de hecho son cóncavas.

Teorema de igual tratamiento en el núcleo: Si $\mathbf{x}$ es una asignación en el núcleo de $\mathcal{E}_r$, entonces cada consumidor del tipo i debe tener la misma canasta de acuerdo a $\mathbf{x}$. Esto es, para cada $i = 1, \dots, I$, $x^{iq} = x^{iq'}$ para todo $q, q' = 1, \dots, r$

Ejercicio C.3

(b) Halle todos los equilibrios Walrasianos de esta economía.

Solución:

- Esta función de utilidad funciona igual que sustitutos perfectos.

$$u(x_1^i, x_2^i) = x_1^i + x_2^i + \max\{x_1^i, x_2^i\}$$

- Si $p_w < p_z$ entonces:

$$x_w^i = \frac{2p_w + 2p_z}{p_w} \quad \text{y} \quad x_z^i = 0 \quad \text{para} \quad i = \{1; 2\}$$

- Luego, la condición de vaciado implica $x_w^1 + x_w^2 = 4$:

$$\frac{2p_w + 2p_z}{p_w} + \frac{2p_w + 2p_z}{p_w} = 4$$

- Pero si despejamos resulta $p_z = 0$
- Con lo cual $p_w < p_z$ no es un equilibrio.

Ejercicio C.3

- Si $p_1 = p_2$ y las preferencias fueran $V(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 + x_2^1$ entonces las demandas serían:

$$x_1^i \in [0, 4]$$

$$x_2^i \in [0, 4]$$

tal que $x_j^1 + x_j^2 = 4$ para $j = \{1; 2\}$, ya que a cada uno le da lo mismo si tiene de uno u otro bien.

- Sin embargo, con estas preferencias, si ambos agentes tienen cantidades positivas de ambos bienes, siempre podrán mejorar intercambiando. Dada $\mathbf{e}$, para el equilibrio $p_1 = p_2$, habrá dos WEA:

$$\mathbf{x}^{1*} = (4, 0) \ ; \ \mathbf{x}^{2*} = (0, 4) \quad \text{y} \quad \mathbf{x}^{1*} = (0, 4) \ ; \ \mathbf{x}^{2*} = (4, 0)$$

Ejercicio C.4

Consigna:

Tome una economía de intercambio puro $\mathcal{E}$ con dos agentes y dos bienes. Las funciones de utilidad de los agentes estan dadas por:

$$u^1(x_1^1; x_2^1) = \min(x_1^1; x_2^1)$$

$$u^2(x_1^2; x_2^2) = 2\min(x_1^2; x_2^2)$$

en tanto $\mathbf{e}^1 = (10; 0)$ y $\mathbf{e}^2 = (0; 10)$.

- (a) Halle el núcleo de esta economía, $C(\mathbf{e})$.
- (b) Considere ahora la posibilidad de replicar a esta economía. Sea $\mathcal{E}_r$ la réplica- r correspondiente. Explique qué ocurre con el núcleo de la economía y por qué.
- (c) Halle C_r .

Ejercicio C.4

(a) Halle el núcleo de esta economía, $C(\mathbf{e})$.

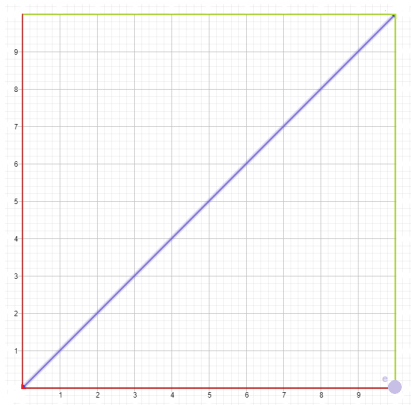


Figura 15: Dotación inicial, curvas de indiferencia, curva de contratos y núcleo.

$$C(\mathbf{e}) = \{x_1^i = x_2^i\} \quad \text{para} \quad i = \{1; 2\}, \quad x_1^i \in [0; 10]$$

Ejercicio C.4

(b) Considere ahora la posibilidad de replicar a esta economía. Sea $\mathcal{E}_r$ la réplica- r correspondiente. Explique qué ocurre con el núcleo de la economía y por qué.

- Debido a las preferencias de los consumidores en esta economía, las replicas no generan que el núcleo se reduzca hasta converger a la WEA. Demostremoslo para $r = 2$:
 - Tenemos 2 agentes de cada tipo, supongamos que se propone la asignación $\mathbf{x}^1 = (0; 0)$ y $\mathbf{x}^2 = (10; 10)$, en la que los consumidores del tipo 2 se quedan con todas las unidades de ambos bienes.
 - ¿Se puede bloquear esta asignación?
 - Una coalición formada por dos individuos del tipo 1 no puede bloquearla ya que para estar mejor los consumidores necesitan ambos tipos de bienes.

Ejercicio C.4

- Una coalición formada por 2 individuos del tipo 1 y 1 individuo del tipo 2 tampoco podrá bloquearla:
 - Las dotaciones de esta coalición serían: $(20; 10)$. El individuo tipo 2 debe tener la misma utilidad que en $\mathbf{x}^2$ para pertenecer a la coalición, por lo tanto, su asignación será $\hat{\mathbf{x}}^2 = (10; 10)$. El restante de las unidades se distribuyen entre los consumidores del tipo 1, resultando en la asignación: $\hat{\mathbf{x}}^1 = (5, 0)$.
 - Esta asignación no mejora la utilidad de los consumidores tipo 1, por lo tanto a la coalición no tiene sentido y la asignación $\mathbf{x}$ no puede ser bloqueada.
- Esta asignación, $\mathbf{x}$, tampoco podrá ser bloqueada en replicas superiores, por lo tanto, el núcleo no se reducirá.

Ejercicio C.4

(c) Halle C_r .

$$C_r \equiv \left\{ \mathbf{x} = (\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^I) \in F(\mathbf{e}) \mid \underbrace{(\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^1)}_{r \text{ veces}}, \dots, \underbrace{(\mathbf{x}^I, \dots, \mathbf{x}^I)}_{r \text{ veces}} \right\} \text{ está en el núcleo de } \mathcal{E}_r$$

- Utilizamos esta definición para formalizar la idea de que el núcleo no crece a medida que la economía es replicada (Lema 5.3).
- Entendiendo esta definición, en esta economía:

$$C_r \equiv \left\{ \mathbf{x} = (\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2) \in F(\mathbf{e}) \mid \left(\mathbf{x}^{11}, \dots, \mathbf{x}^{1r}, \mathbf{x}^{21}, \dots, \mathbf{x}^{2r} \right) \right. \\ \left. \underbrace{\text{con } x_1^{ij} = x_2^{ij}, \text{ para } i = \{1; 2\}}_{\text{está en el núcleo de } \mathcal{E}_r} \right\}$$

Ejercicio C.5

Consigna:

Considere la siguiente economía de intercambio puro. El bien 1 es divisible, pero el bien 2 no lo es: cada agente puede consumir 0 o 1 unidad del bien. El conjunto de consumo de un agente i , entonces, es:

$$X_i = \{(x_1^i; x_2^i) \mid x_1^i \in \mathbb{R}_+, x_2^i \in \{0, 1\}\}.$$

Existen tres agentes en la economía. Los agentes 1 y 2 son idénticos: cada uno de ellos tiene una dotación $\mathbf{e}^i = (1; 0)$, y su utilidad es:

$$u^i(x_1^i; x_2^i) = x_1^i + 2x_2^i$$

$i = 1, 2$. El agente 3, es diferente: su dotación es $\mathbf{e}^3 = (0; 1)$ y su función de utilidad es:

$$u^3(x_1^3; x_2^3) = x_1^3$$

- (a) Describa el conjunto de Pareto de esta economía.
- (b) Halle el núcleo.

Ejercicio C.5

(a) *Describe el conjunto de Pareto de esta economía.*

- Al momento de buscar las asignaciones OP debemos tener en cuenta que el bien 2 es indivisible y que al consumidor 3 no le genera utilidad.
- El conjunto de Pareto de esta economía es:

$$x^1 = (a; 0) \quad x^2 = (b; 1) \quad x^3 = (c; 0) \quad \text{siendo} \quad a + b + c = 2$$

$$x^1 = (a; 1) \quad x^2 = (b; 0) \quad x^3 = (c; 0) \quad \text{siendo} \quad a + b + c = 2$$

- De estas asignaciones derivamos la interpretación que cualquier canasta en la que el consumidor 3 tiene nulas unidades del bien 2 va a ser Pareto eficiente.

Ejercicio C.5

(b) Halle el núcleo.

- Primero debemos calcular el nivel de utilidad que tienen los consumidores en su dotación inicial para conocer el área lenticular:

$$u^1(1; 0) = 1 \quad u^2(1; 0) = 1 \quad u^3(0; 1) = 0$$

- El área lenticular entonces estará conformada por aquellas asignaciones que le generen a todos los consumidores un bienestar (nivel de utilidad) no menor al que poseen con su dotación inicial.
- ¿Cuál de las asignaciones OP definidas en el inciso (a) pertenecen al área lenticular?

$$x^1 = (a; 0) \quad x^2 = (b; 1) \quad x^3 = (c; 0) \quad \text{siendo} \quad a + b + c = 2 \quad \text{y} \quad a \geq 1$$

$$x^1 = (a; 1) \quad x^2 = (b; 0) \quad x^3 = (c; 0) \quad \text{siendo} \quad a + b + c = 2 \quad \text{y} \quad b \geq 1$$

Ejercicio C.5

- Recordemos que el núcleo esta compuesto por las asignaciones no bloqueadas, las cuales como ya sabemos son un grupo no mayor a las asignaciones OP que pertenecen al área lenticular. Nosotros ya conocemos las asignaciones OP que pertenecen al área lenticular, pero ¿cuáles de ellas serán bloqueadas?
- ¿Qué coaliciones bloquearán qué asignaciones?

$$x^1 = (0; 1) \quad x^2 = (2; 0) \quad x^3 = (0; 0) \quad \rightarrow \text{bloqueada por agentes 1 y 3}$$

$$x^1 = (2; 0) \quad x^2 = (0; 1) \quad x^3 = (0; 0) \quad \rightarrow \text{bloqueada por agentes 2 y 3}$$

$$x^1 = (1; 0) \quad x^2 = (1; 1) \quad x^3 = (0; 0) \quad \rightarrow \text{bloqueada por agentes 1 y 3}$$

$$x^1 = (1; 1) \quad x^2 = (1; 0) \quad x^3 = (0; 0) \quad \rightarrow \text{bloqueada por agentes 2 y 3}$$

Ejercicio C.5

$$x^1 = (1; 0) \quad x^2 = (0; 1) \quad x^3 = (1; 0) \quad \rightarrow \text{bloqueada por 1 y 3}$$

$$x^1 = (0; 1) \quad x^2 = (1; 0) \quad x^3 = (1; 0) \quad \rightarrow \text{bloqueada por 2 y 3}$$

- Analizando para otras posibles reparticiones de las cantidades de x_1 , se verifica que toda asignación posible será bloqueada por alguna coalición.
- Entonces, nos encontramos con que el núcleo de esta economía se encuentra vacío.

$$C(\mathbf{e}) = \emptyset$$